

УДК 681.3.089

СТАТИСТИЧНА ЛІНЕАРИЗАЦІЯ ІНЕРЦІЙНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО КАНАЛУ ТИСКУ

Д.т.н. О. В. Полярус, С. Д. Янушкевич, М. А. Чмуж, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

У статті запропоновано спосіб статистичної лінеаризації нелінійного інерційного вимірювального каналу тиску при використанні моделі Гаммерштейна. Основна відмінність від відомих робіт – врахування інерційності системи, яка згідно з зазначеною моделлю віртуально розділена з нелінійністю. Визначення вихідного сигналу віртуального нелінійного блоку здійснюється шляхом розв'язання оберненої задачі вимірювань на віртуальному лінійному інерційному блоці.

В статті пропонується спосіб статистичної лінеаризації нелінійного інерційного вимірювального каналу тиску при використанні моделі Гаммерштейна. Основне відміння від відомих робіт – урахування інерційності системи, яка згідно з зазначеною моделлю віртуально розділена з нелінійністю. Визначення вихідного сигналу віртуального нелінійного інерційного блоку здійснюється шляхом розв'язання оберненої задачі вимірювань на віртуальному лінійному інерційному блоці.

The method of statistical linearization of a nonlinear inertial pressure measuring channel using the Hammerstein model is proposed. The main difference from the known works is considering the inertia of the system, which according to the specified model is virtually separated by nonlinearity. The output signal estimation of virtual nonlinear block is determined by solving the inverse measurement problem on the virtual linear inertial block.

Ключові слова: вимірювальний канал тиску, статистична лінеаризація, нелінійність, модель Гаммерштейна

Вступ

Складні технічні об'єкти для контролю роботи своїх підсистем часто містять вимірювальні канали тиску (ВКТ). Вони складаються з датчиків тиску та вимірювальної лінії, тобто труби, що заповнена рідиною або газом. Внаслідок забруднень рідини, наявності повітря всередині труби, що з'являється в процесі експлуатації ВКТ, рідина може стискуватись і вимірювальна лінія може перетворитись в нелінійну інерційну систему. Датчики тиску є, як правило, лінійною інерційною системою. Отже, весь ВКТ може бути нелінійним інерційним. Для вимірювальних систем нелінійність є недопустимою. В окремих випадках для вимірювання використовується лінійна частина нелінійної функції перетворення, але для цього останню потрібно знати. Технічними методами можна позбавитись від нелінійності зазначеної функції, що часто є недоцільним за економічними показниками. Тому важливим рішенням є використання нелінійних ВКТ, а це потребує інформації про модель вимірювального каналу.

Аналіз публікацій

Модель реального вимірювального каналу тиску на об'єктах з підвищеним ризиком є нелінійною інерційною [1]. Розробка цієї моделі, а також моделей елементів ВКТ являє собою складне завдання, оскільки в математичному вигляді треба поєднати одночасно нелінійність та інерційність каналу. Точне рішення цієї задачі можливо при використанні функціональних рядів Вольєра [2], але, на жаль, використання цього методу на практиці суттєво обмежене внаслідок складності застосування і появи розбіжності ряду [3].

Одним з альтернативних методів розрахунку нелінійних інерційних систем є метод, що штучно розділяє функції нелінійності та інерційності ВКТ в двох уявних блоках – лінійного інерційного та нелінійного неінерційного. Першим блоком може бути, наприклад, нелінійна неінерційна вимірювальна лінія, а другим – лінійний інерційний датчик тиску. Такою є модель Гаммерштейна [4] (рис. 1). На вхід першого блоку поступає випадковий процес тиску $\xi(t)$, реалізація якого $x(t)$ є невідомою. На виході ВКТ вимірюється випадковий процес тиску $\zeta(t)$ у вигляді напруги. Реалізація цього процесу є залежність $y(t)$, яка вимірюється приладом. На основі цієї реалізації необхідно отримати математичну модель ВКТ.

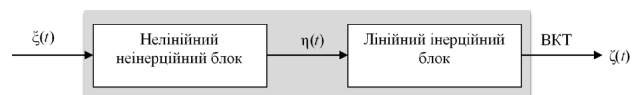


Рис. 1. Модель вимірювального каналу тиску

Розділення всього каналу на два уявних блоки дає можливість авторам скористатись методом наближеного розв'язання оберненої задачі вимірювань [5] для визначення реалізації $z(t)$ випадкового процесу $\eta(t)$, що існує на вході лінійного інерційного блоку. Це можливо зробити при відомій імпульсній характеристиці $h(t)$ лінійного інерційного датчика тиску. Використання нелінійних блоків в моделях вимірювальних систем завжди ускладнює розв'язання практичних задач. Слід очікувати, що при окремих видах нелінійності системи можлива лінеаризація функції перетворення. Методи статистичної лінеаризації нелінійних неінерційних систем розглянуті в [6, 7]. В нелінійних інерційних системах на цей час методи лінеаризації не впроваджені.

Метою статті є розробка методу статистичної лінеаризації нелінійних інерційних систем. Для досягнення цієї мети потрібно подати систему у вигляді моделі Гаммерштейна і поетапно визначити необхідні вхідні та вихідні сигнали блоків, що входять до цієї моделі.

Метод розв'язання задачі лінеаризації вимірювальної системи при відомій реалізації вхідного процесу

Методи розв'язання задачі лінеаризації функцій перетворення нелінійних інерційних систем є відомими [6, 7]. При застосуванні моделі Гаммерштейна вони можуть використовуватись для нелінійного неінерційного блоку. Для цього потрібно знати вхідну $x(t)$ та вихідну $z(t)$ реалізації відповідних випадкових процесів. Сигнал $x(t)$ може бути тестовим, а сигнал $z(t)$ треба визначати шляхом розв'язання оберненої задачі вимірювань при відомій реалізації $y(t)$.

Отже, будемо вважати, що реалізація $z(t)$ випадкового процесу $\eta(t)$ вже визначена з прийнятною точністю. Далі скористаємось відомим методом статистичної лінеаризації, який складається у визначенні такої лінійної функції перетворення нелінійного неінерційного блоку (рис. 1), яка б найкращим чином лінеаризувала нелінійну функцію перетворення.

Між випадковими процесами $\xi(t)$ та $\eta(t)$ існує невідомий нелінійний зв'язок виду $\eta(t) = f(\xi(t))$. Вважаємо, що такий же зв'язок існує між їх реалізаціями, тобто $z(t) = f(x(t))$.

Критерієм близькості нелінійної та лінійної функцій перетворення першого блоку вважаємо, як і в [6], критерій мінімуму середнього квадрату похибки. Для задачі, що розглядається, цей критерій в математичному вигляді доцільно представити таким чином:

$$E^2 = M \{ (\eta(t) - \hat{\eta}(t))^2 \}, \quad (1)$$

де M - знак математичного сподівання, а $\hat{\eta}(t)$ - лінійна функція, яка найкращим чином апроксимує нелінійну функцію $\eta(t) = f(\xi(t))$. В загальному вигляді для будь-якого моменту часу

$$\hat{\eta} = k_0 + k \cdot \xi, \quad (2)$$

де k_0, k - невідомі розмірні коефіцієнти, які треба визначити.

Тоді

$$\begin{aligned} E^2 &= M \{ (\eta - \hat{\eta})^2 \} = M \{ (\eta^2) + M \{ \hat{\eta}^2 \} - 2M(\eta - \hat{\eta}) = \\ &= M \{ \eta^2 \} - 2M[\eta \cdot (k_0 + k\xi)] + M \{ (k_0 + k \cdot \xi)^2 \} = \\ &= M \{ \eta^2 \} - 2k_0 M(\eta) - 2kM(\eta \cdot \xi) + M \{ k_0^2 \} + \\ &+ 2kk_0 M(\xi) + k^2 M \{ \xi^2 \}. \end{aligned} \quad (3)$$

Визначимо, при яких значеннях коефіцієнтів k_0 і k досягається мінімум квадрату середньоквадратичної похибки E^2 . Для цього візьмемо похідні від E^2 по k і k_0 та прирівняємо їх до нуля

$$\frac{dE^2}{dk} = 2k_0 \cdot M(\xi) - 2M(\eta \cdot \xi) + 2k \cdot M(\xi^2), \quad (4)$$

$$\frac{dE^2}{dk_0} = -2M(\eta) - 2kM(\xi) + 2k_0.$$

З системи рівнянь (4) визначимо коефіцієнти k та k_0 :

$$k = \frac{M(\eta \cdot \xi) - m_\eta \cdot m_\xi}{M(\xi^2) - m_\xi^2} = \frac{M(\eta \cdot \xi) - m_\eta \cdot m_\xi}{D_\xi}, \quad (5)$$

$$k_0 = m_\eta - k \cdot m_\xi. \quad (6)$$

В формулах (5), (6) позначено: $D_\xi = M(\xi) - m_\xi^2$ - дисперсія вхідного процесу $\xi(t)$, $m_\xi = M(\xi)$, $m_\eta = M(\eta)$ - математичні сподівання випадкових процесів $\xi(t)$ та $\eta(t)$.

Вважаємо спочатку, що вхідна реалізація або тестовий сигнал $\xi(t)$ є відомими. Приклад реалізації такого сигналу зображений на рис. 2.

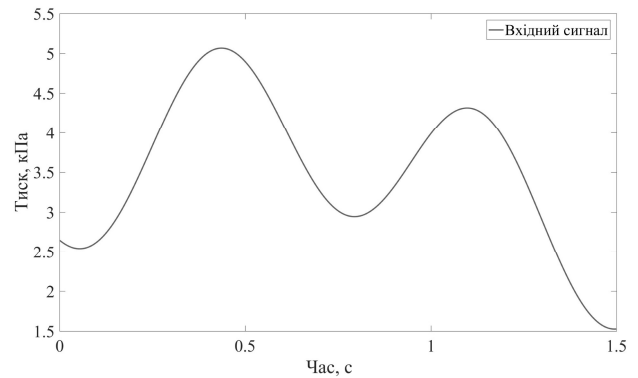


Рис. 2. Приклад реалізації вхідного сигналу $x(t)$

Для різних видів реалізацій $\xi(t)$ та $\eta(t)$ треба провести статистичну обробку і отримати коефіцієнти k та k_0 з виразів (5), (6). Тоді лінійна функція перетворення ВКТ, яка замінила нелінійну функцію, описується формулою

$$z_{lin}(t) = k_0 + k \cdot x(t). \quad (7)$$

Результати моделювання

Статистична обробка проводилась по 100 реалізаціям випадкових процесів $\xi(t)$, $\eta(t)$, що створило умови для застосування формул (5), (6), (7). Графіки лінеаризованої функції, а також нелінійної функції перетворення каналу приведені на рис. 3.

На рис. 4 зображені функція $z(t)$, що отримана на основі нелінійного перетворення $z(t) = f(x(t))$, залежність $z_{lin}(t)$, що обчислена з використанням лінійної функції перетворення, а також функція $z_{recov}(t)$, яка є результатом розв'язання оберненої задачі вимірювань.

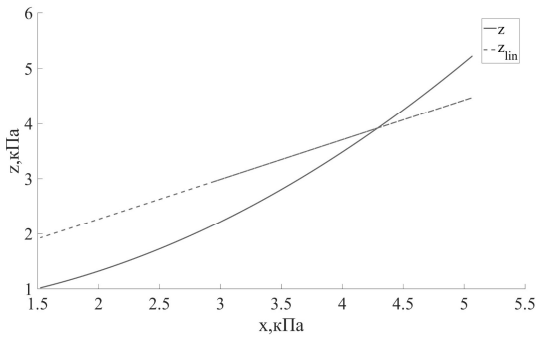


Рис. 3. Графік нелінійної (суцільна лінія) та еквівалентної їй оптимальної лінійної функції перетворення нелінійного блоку (штрихова лінія) z

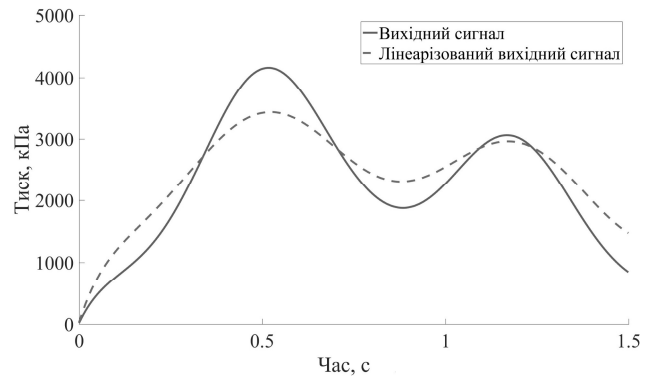


Рис. 5. Приклад реалізації вихідного сигналу (суцільна лінія), та вихідного сигналу, розрахованого з використанням лінеаризованої функції перетворення вимірювального каналу (штрихова лінія)

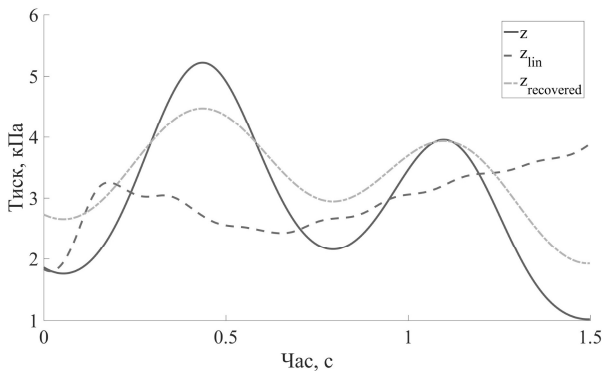


Рис. 4. Приклад реалізації вихідних сигналів нелінійного блоку: експериментального сигналу $z(t)$ (суцільна лінія), сигналу $z_{recov}(t)$, що отриманий в результаті розв'язання оберненої задачі вимірювань (штрихова лінія), та сигналу $z_{lin}(t)$, який обчислений з допомогою лінійної функції перетворення каналу (штрих-пунктирна лінія)

Лінеаризовану функцію перетворення ВКТ необхідно отримувати по сукупності пар реалізацій $\{x(t), z(t)\}$, але при відсутності віртуального сигналу $z(t)$ ми вимушені використовувати сукупність пар $\{x(t), z_{recov}(t)\}$ і внаслідок відмінностей між $z_{recov}(t)$ та $z(t)$, обумовленими неповними відомостями про імпульсну характеристику лінійного інерційного блоку та похибками роботи генетичного алгоритму при розв'язанні оберненої задачі [5], виникають похибки знаходження коефіцієнтів k та k_0 , а значить, і лінеаризованої функції перетворення. З використанням цієї функції сигнал на виході ВКТ

$$y_{lin}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z_{lin}(\tau)h(t-\tau)d\tau = k_0 \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)d\tau + k \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau. \quad (8)$$

Порівняємо $y_{lin}(t)$ та реальний сигнал $y(t)$ на одному графіку (рис. 5).

Як видно з рис. 5, реалізація вихідного сигналу ВКТ $y_{lin}(t)$, що розрахована з використанням лінеаризованої функції перетворення каналу, не співпадає з реальною реалізацією сигналу $y(t)$ на інтервалі спостереження, хоча середні значення візуально є близькими.

Отже, шляхом статистичної лінеаризації вдалось модель нелінійного інерційного ВКТ звести до моделі лінійного інерційного ВКТ, тобто до такої моделі, що є привабливою для інженерних досліджень.

Метод розв'язання задачі лінеаризації вимірювальної системи при невідомій реалізації вхідного процесу

На жаль, в формулах (5) і (6) m_{ξ} , $m(\xi^2)$, $M(\eta \cdot \xi)$ є невідомими складовими, тобто складовими, що пов'язані з невідомим вхідним процесом $\xi(t)$.

Математичні сподівання m_{ξ} та $m(\xi^2)$ обчислюються за відомими формулами [8]

$$m_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \omega_{\xi}(x) dx, \quad (9)$$

$$m(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot \omega(x) dx, \quad (10)$$

де $\omega_{\xi}(x)$ - щільність ймовірності неперервної випадкової величини ξ , що набуває при вимірюванні значення x .

Дисперсія вхідного процесу [8]

$$D_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_{\xi})^2 \omega_{\xi}(x) dx. \quad (11)$$

Якщо врахувати, що в (5) $M(\eta \xi) = K(\eta, \xi) + m_{\xi} \cdot m_{\eta}$, то отримуємо

$$k = \frac{K(\eta, \xi)}{D_{\xi}}, \quad (5, a)$$

тобто для визначення коефіцієнта k необхідно знати взаємну кореляційну функцію $K(\eta, \xi)$ та дисперсію вхідного процесу $\xi(t)$, який часто на практиці залишається невідомим.

Кореляційну функцію $K(\eta, \xi)$ можна визначити для двох моментів часу t_1, t_2 можна визначити за формулою [8]

$$K_{\xi\eta}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int xz\omega_2(x, t_1, z, t_2) dx dz, \quad (12)$$

де $\omega_2(x, t_1, z, t_2)$ - двомірна щільність ймовірності сукупності випадкових величин ξ та η , які відображають відповідні випадкові процеси.

Внаслідок наявності невеликої кількості інформації про статичні характеристики вхідного процесу $\xi(t)$ та виду нелінійності функції перетворення першого блоку (рис. 1), визначити коефіцієнти k_0 та k на даному етапі неможливо. Підійдемо до цієї задачі з іншого боку. В співвідношенні (1) при розв'язанні оберненої задачі вимірювань для кожної реалізації $x(t)$ вхідного процесу $\xi(t)$ визначається реалізація $z(t)$ випадкового процесу $\eta(t)$. Отже, вираз (1) для кожної реалізації можна записати у вигляді

$$\varepsilon^2 = M\{(z - \hat{z})^2\}. \quad (13)$$

Тут ми маємо конкретну експериментально отриману залежність $z(t)$ та вид лінійної функції

$$\hat{z} = k_0 + kx. \quad (14)$$

Далі методом статистичної оптимізації (генетичний алгоритм) мінімізується значення ε^2 шляхом варіації коефіцієнтів k_0 та k при кожному конкретному значенні z (в дискретні моменти часу). Для виключення можливості отримання недостовірних рішень, значення x вибираються на основі апріорної інформації у деякому діапазоні. Визначення таким чином значення коефіцієнтів k_0 та k , які осереднюються по багатьом реалізаціям, повинно в статистичному сенсі бути близьким до тих, що отримуються за формулами (5), (6).

При такому підході з виразу (10) при відомих k_0 та k отримуємо середнє значення вхідного процесу $\xi(t)$ оскільки значення m_η отримується з експериментів.

$$m_\xi = \frac{m_\eta - k_0}{k}. \quad (15)$$

Якщо щільність ймовірності має нормальний вид розподілу, при якому

$$\omega_\xi(x) = \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - m_\xi)^2}{2\sigma_\xi^2}}, \quad (16)$$

де $\sigma_\xi^2 = D_\xi$, то підставляючи вираз (16) в (11) з відомою лівою частиною, визначаємо σ_ξ^2 або D_ξ .

Тепер вже з співвідношення (5, а) отримуємо взаємну кореляційну функцію $K(\eta, \xi)$ між випадковими $\eta(t)$ та $\xi(t)$. Оскільки перший блок ВКТ є нелінійним, то в формулі (12) немає сенсу враховувати час і замість $\omega_2(x, t_1, z, t_2)$ використовуємо $\omega_2(x, z)$.

Висновки

Точні методи аналізу нелінійних інерційних вимірювальних систем тиску є складними і їх складно реалізувати на практиці. Перехід до моделей Гаммерштейна спрощує задачу, але не завжди задовольняє потреб практиці. Ідеальним варіантом є заміна нелінійного інерційного каналу лінійним інерційним. Для цього в статті вдосконалений відомий метод статистичної лінеаризації функції перетворення каналу, що розглядається, з врахуванням інерційності системи. Це вимагає інформації про імпульсну характеристику лінійного блоку моделі Гаммерштейна та наближеного розв'язання оберненої задачі вимірювань, яке є однією з головних причин похибок лінійної функції перетворення. Статистична лінеаризація нелінійної функції перетворення нелінійного блоку потребує інформації про реалізацію вхідного випадкового процесу. В статті розроблені пропозиції щодо статистичної лінеаризації вимірювального каналу в умовах відсутності інформації про вхідну реалізацію. Подальші дослідження повинні бути спрямовані на встановленні обмежень, при яких статистична лінеаризація каналу має сенс: при якому виді нелінійності, діапазону змінювання постійної часу, виду вхідної реалізації, рівня вхідних шумів, точності вимірювання імпульсної характеристики лінійного блоку та вихідного сигналу вимірювального каналу тощо.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. O. Poliarus, O. Koval, Ya. Medvedovska, Ye. Poliakov, S. Ianushkevych. Identification of a nonlinear inertial measuring pressure channel. - Український метрологічний журнал, 2019, №1, с. 63-70.
2. Дисперсионная идентификация / [Райбман Н. С., Капитоненко В. В., Овсепян Ф. А., Варлаки П. М.]; под редакцией Н. С. Райбмана. - М.: Наука, 1981. - 336 с.
3. Kashiwagi H. Identification of Volterra Kernels of Nonlinear Van de Vusse Reactor / H. Kashiwagi, L. Rong // Transactions on Control, Automation, and Systems Engineering, 2002. - Vol. 4. - № 2. - Pp. 109-113.
4. O. Poliarus, Ya. Brovko, Ye. Poliakov, S. Ianushkevych. Metrological support of inverse problems in nonlinear inertial measuring channel. - Український метрологічний журнал, 2017, №4, с. 23-28.
5. Полярус О. В., Поляков С. О. Наближене розв'язання оберненої задачі вимірювань та його метрологічне забезпечення. - Монографія. - Х.: Видавництво "Лідер", 2014. - 120 с.
6. Синицин И. Н. Методы статистической линейаризации / И. Н. Синицин. - Автоматика и телетехника, 1974. - т. 35. № 5. - С. 82 - 94.
7. Тихонов В. И. Нелинейные преобразования случайных процессов / В. И. Тихонов. - М.: Радио и связь, 1986. - 296 с.
8. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. - М.: Радио и связь, 1989. 656 с.