

УДК 681.5

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБ'ЄКТА АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРИ КОПАННІ ҐРУНТУ

К.т.н. А.Б. Бінковська, Л.С. Гикава, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*В статті розглядаються питання з автоматизації дорожньо-будівельних машин. Було проведено математичний аналіз роботи скрепера, на основі якого була складена математична модель.*

*В статье рассматриваются вопросы автоматизации дорожно-строительных машин. Было проведено математический анализ работы автогрейдера, на основе которого была составлена математическая модель.*

*In article questions of automation roadbuilding machines. Was conducted mathematical analysis of the scraper, on the basis of which was made up mathematical model.*

**Ключові слова:** дорожньо-будівельні машини, автоматизація, скрепер, гідроциліндр, аналіз, математична модель

## Вступ

Дорожнє будівництво незважаючи на зовнішню простоту технологічних процесів і обслуговуючих агрегатів зіштовхується з рядом специфічних труднощів, що особливо різко виявляється в зв'язку з необхідністю збільшення обсягу робіт, підвищення якості і зниження собівартості готової продукції, чого можна досягти лише методами автоматичного управління і контролю.

Будівельні і дорожні машини утворюють особливий клас механізмів, що повинні бути досліджені як об'єкти управління. Вони є специфічними об'єктами управління, тому що за структурою і динамічними властивостями вони істотно відрізняються від загальновідомих, типових. Для синтезу автоматів управління для названих машин технологічний процес ґрунт - машина - робочий орган повинен бути структурно і параметрично ідентифікований. Зазначені задачі на сучасному етапі автоматизації цілком не вирішені і носять проблемний характер. Тому питання автоматизації будівельних і дорожніх машин є актуальним.

## Аналіз публікацій

Скрепер - машина циклічної дії. Його робочий цикл включає різання ґрунту з наповненням ковша, транспортування, вивантаження, холостий хід. Набір і вивантаження ґрунту відбуваються тільки при русі скрепера по прямій. Набір здійснюється на нижчих передачах з максимально можливою товщиною стружки. Навантажений скрепер транспортується на високих передачах з урахуванням стану транспортних шляхів. Можливі швидкості руху і необхідні тягові зусилля встановлюються на основі тягового розрахунку.

Скрепери призначені для розробки, транспортування й укладання ґрунту в штучні спорудження чи у відвал з наступним розрівнюванням, плануванням і частковим ущільненням. Можливість виконання закінченого циклу робіт дозволяє широко

використовувати скрепери на будівництві автомобільних доріг і залізниць, розробці кар'єрів, при будівництві гідротехнічних і іригаційних споруджень, у промисловому і цивільному будівництві, на відкритих розробках у гірничорудній промисловості. У дорожньому будівництві скреперами зрізують рослинний шар з переміщенням ґрунту у відвал, роблять розкриття кар'єрів, планують площадки, виконують такі роботи по зведенню земляного полотна, як утворення насипів з односторонніх і двосторонніх бічних резервів (у комплексі з бульдозерами), а також чергування насипів і виїмок різної довжини, висоти і глибини, створення насипів і відсіпка підходів до мостів та труб з розробкою ґрунту в ґрунтових кар'єрах і переміщення його причіпними скреперами на 100 - 300 м і самохідними на 500 - 2500 м. При будівництві гідротехнічних і іригаційних споруджень скреперами розробляються канали, відсипаються дамби і греблі, робиться планування полів та інше. У ґрунтах груп III - IV скрепери звичайно працюють у комплексі з бульдозерами, що використовуються як штовхачі і для утримання землевозних шляхів, а також з рихлителями. Скрепери не рекомендується застосовувати на заболочених, незв'язних і зв'язних перезволожених ґрунтах (при вологості більше 25 %), при розробці сипучих пісків, на ґрунтах з великими кам'янистими вклученнями, на ділянках, не очищених від чагарнику, пнів, валунів, при розробці ґрунтів високих категорій без попереднього розпушування [1].

Перспективи вдосконалення скреперів впливають із завдань розвитку комплексної механізації та автоматизації будівництва; збільшення одиничної потужності машин, автоматизації управління, розширення застосування гідроприводу, збільшення випуску машин в північному виконанні, заміни застарілої землерийної техніки. Значно збільшується випуск скреперів, в тому числі самохідних, з потужністю дизеля 700-900 кВт.

Передбачається підвищення енергонасиченості і робочих швидкостей агрегатів традиційного виконання при незмінних розмірах устаткування, зростання типорозмірів і створення великих і надважких агрегатів, розробка нових методів взаємодії скреперів з ґрунтом.

Зростання енергонасиченості агрегатів та їх типорозмірів можливе за рахунок зростання робочих і транспортних потужностей і потужності двигунів. Для землерийно-транспортних агрегатів практично досяжними є потужності близько 3-4 тис. кВт.

Зростання енергонасиченості і типорозмірів машин сприяє швидкий розвиток двигунобудування, електронного й гідропневматичного устаткування і систем автоматичного управління. Перспективи застосування газотурбінного приводу і автоматики значно розширюють можливості подальшого вдосконалення дорожньо-будівельної техніки. [2,3].

Автоматизація роботи скрепера значно полегшує

умови роботи і підвищує продуктивність. За допомогою автоматичного регулювання можна підтримувати оптимальний режим роботи двигуна, а також тягове зусилля машини на постійному рівні регулюванням товщини стружки ґрунту.

### **Мета та постановка задачі**

Дорожнє будівництво, не дивлячись на зовнішню простоту технологічних процесів і обслуговуючих агрегатів, стикається з рядом специфічних труднощів, які виникають у зв'язку з необхідністю збільшення об'ємів робіт, підвищення якості і зниження собівартості готової продукції, що можна досягти лише методами автоматичного управління і контролю. Однією з основних причин, яка гальмує процес автоматизації дорожнього будівництва, є обмеженість даних про динамічні властивості об'єктів і технологічних процесів. Задачі синтезу систем автоматичного регулювання з високими якісними характеристиками виявляються часто нереалізованими через неможливість зміни динамічних властивостей об'єкту автоматизації без складних конструктивних переробок [2]. Тому актуальною задачею є автоматизація управління робочими процесами дорожньо-будівельних машин.

Автоматизація ведеться по двох основних напрямках:

- автоматичне управління агрегатами машини, параметри яких впливають на кількісну сторону робочого процесу, забезпечуючи найефективніше використання машини (підвищення її продуктивності);

- автоматичне управління робочими органами з метою підвищення якості виконання операцій, вимоги до точності яких особливо високі.

Автоматизація операцій по першому напрямку, з одного боку, частково або повністю звільняє оператора від контролю другорядних операцій, дозволяючи йому повністю займатися управлінням головними операціями, які виконуються машиною (до них відносяться роботи по оптимізації режиму двигуна за допомогою автоматичного управління подачею палива, трансмісією і т. п.), а з другого боку, забезпечує високу продуктивність машин за рахунок автоматичного управління робочими органами.

Автоматизація операцій по другому напрямку направлена на підвищення якості виконання операцій, контроль за якими з боку оператора стає неможливим через малі допуски на контрольовані величини. До них відносяться, наприклад, роботи по автоматичній стабілізації робочого органу планувальних машин, управління робочим органом землерийних машин по променю світла і т.п.

Комбіновані системи автоматизованого управління (САУ) дозволяють створити машини-роботи, що самостійно виконують складні операції. Розробка таких систем веде до комплексної автоматизації дорожніх робіт, створенню централізовано керованих комплексів різних машин, що виконують загальну складну технологічну задачу.

Мета дослідження – провести математичний аналіз роботи скрепера і скласти математичну модель об'єкта автоматизації при копанні ґрунту.

### **Метод дослідження**

Проектування й аналіз систем автоматичного

управління нині немислимі без застосування засобів обчислювальної техніки. До останніх, зокрема, відносяться система інженерних і наукових розрахунків MATLAB і система моделювання динамічних і подієво керованих систем, що добре зарекомендувала себе, - Simulink.

Система Simulink дозволяє моделювати складні системи, забезпечуючи автоматизацію усіх етапів розробки на основі чисельних методів рішення математичних завдань, використання графічного інтерфейсу користувача і сучасних персональних комп'ютерів. Моделювання в системі Simulink є реальним способом дослідження фізичної системи через неможливість або складність спостереження явищ в реальних умовах.

Дискретні системи управління як пристрої, що коригують, включають персональні комп'ютери або цифрові регулювальники. Розробка і відладка програмного забезпечення для управління конкретною фізичною системою вимагає істотних витрат. Першим етапом при створенні програмного забезпечення для регулювальників являється інтерпретація математичної моделі об'єкту управління, яка доступна для реалізації на ЕОМ, і використання цієї моделі для моделювання системи управління. Після складання математичних моделей об'єкту, датчиків і керуючих пристроїв виконується проектування регулювальника на основі розроблених моделей у вигляді структурних схем.

Потім записуються рівняння цифрового регулювальника та пристрою, що коригує, включається в структурну схему системи, що розробляється. За результатами моделювання вносяться необхідні корективи в модель регулювальника. Цикл повторюється для адекватної оцінки результатів синтезу і випробувань альтернативних варіантів регулювальників. Розробка моделей дослідних зразків і наступна трансляція моделі контролера із структурної схеми в програмний код завершує етап синтезу регулювальника.

Розробка моделей дослідних зразків розглядається у взаємозв'язку з побудовою відповідної математичної моделі для фізичної системи або об'єкту, якій потрібно управляти належним чином. Математична модель може бути представлена як модель системи Simulink, модель, побудована в системі MATLAB або написана на мові С. Потім дискретний регулювальник розробляється в системі Simulink або за допомогою пакету прикладних програм Optimization Toolbox. Ця стадія розробки є спільним опрацюванням частин проекту, пов'язаним з урахуванням певних вимог і додатків, що визначають функціонування системи. При створенні моделей дослідних зразків технічні рішення конкретизуються і деталізуються.

Виконання етапу проектування, пов'язаного із створенням і випробуванням дослідного зразка, дозволяє отримати програмне забезпечення дискретного регулювальника, здатне функціонувати на персональних комп'ютерах. Програма завантажується в комп'ютер і перевіряється конкретний регулювальник, який управляє дискретною моделлю фізичної об'єкту. Це дозволяє оцінити результати програмної реалізації закону регулювання.

Процедура синтезу закону управління, оцінка результатів синтезу і моделювання системи виконуються

в системі Simulink. Потім реалізується етап випробування фізичної системи. Слід зазначити, що операція створення спеціалізованого програмного забезпечення на мові високого рівня для регулювальника виконується одноразово. Цей підхід забезпечує можливість легко вводити зміни, доповнення і виправлення в проектні процедури програмування.

**Математична модель об'єкта автоматизації при копанні ґрунту.**

*Сили опору і рушійні сили, що діють на скрепер.*

Рівняння руху машинного агрегату приводиться до вихідного виду рівняння для твердої одномасної системи:

$$P_d - P_c - m_{пр}s=0, \tag{1}$$

де:  $P_d$  - рушійна сила;

$P_c$  - сила опору;

$m_{пр}$  - приведена маса системи;

$s$  - прискорення ланки приведення.

Приведена маса агрегату визначається вираженням:

$$m_{пр} = \sum_{z=1}^{z=a} J_z \frac{i_z^2}{r_k} \eta_z + m \tag{2}$$

де:  $z$  - порядковий номер деталі чи комплекту деталей;

$J_z$  - приведений момент інерції деталі чи комплекту деталей щодо власної осі обертання;

$i_z$  - передаточне число між власною віссю обертання і ланкою приведення;

$\eta_z$  - ККД передач кінематичного ланцюга з передаточним числом  $i_z$ ;

$m$  – маса агрегату, що рухається поступально;

$r_k$  – дійсний радіус кочення колеса.

Розглянемо докладніше сили опору і рушійні сили, що діють на скрепер.

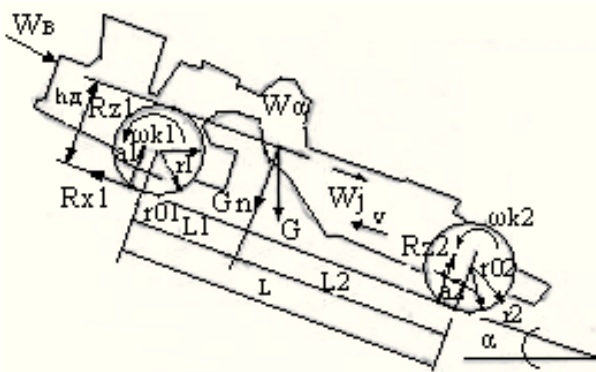


Рис. 1. Сили опору і рушійні сили, що діють на скрепер

На рисунку 1 позначені:

- нормальні реакції опорної поверхні відповідно на передню і задню осі,  $R_{z1}$ ,  $R_{z2}$ ;
- горизонтальна складова реакція опорної поверхні на ведучу вісь,  $R_{x1}$ ;
- сила ваги,  $G$ ;
- сила інерції,  $W_j$ ;
- сила опору повітря,  $W_B$ ;
- швидкість скрепера,  $v$ ;
- кутові швидкості передніх і задніх коліс відповідно,  $\omega_{k1}$ ,  $\omega_{k2}$ ;

- радіус шини під навантаженням при коченні без ковзання,  $r$ ;
- радіус недеформованої шини,  $r_0$ ;
- плече сили щодо осі відповідно переднього і заднього коліс,  $a_1$ ,  $a_2$ .

При розгляді даної схеми сил прийняті наступні основні допущення: скрепер має вертикальну площину симетрії і рухається прямолінійно, дорожні умови однакові для всіх коліс, застосовуються колеса одного типорозміру, сили і моменти, що діють на скрепер, розташовані у вертикальній площині симетрії. При коченні колеса з пневматичною шиною по опорній поверхні відбувається деформація шини. Внаслідок внутрішнього тертя в шині і тертя між дорогою і шиною робота деформації супроводжується гістерезисними втратами. Епюра нормальних напруг у контакті колеса з дорогою, симетрична у випадку нерухомого колеса, при його коченні зміщується вперед у напрямку руху. У результаті цього рівнодіюча  $R_z$  нормальних реакцій опорної поверхні на колесо зрушується на деяку відстань  $a$ . По мірі зростання гістерезисних втрат енергії відстань  $a$  збільшується.

Унаслідок тертя між шиною ведучого колеса і дорогою в елементах поверхні їхнього контакту виникають дотичні реакції, що діють у напрямку руху. Рівнодіюча сила  $R_{x1}$  дотичних реакцій дороги спрямована паралельно напрямку руху. Максимальне значення дотичної сили  $R_{x1}$  реакції обмежено силою тертя шини по ґрунту. Для дорожніх поверхонь, що деформуються, сила зчеплення обумовлюється в основному тертям між шиною й опорною поверхнею. Для дорожніх поверхонь, що не деформуються, сила зчеплення визначається також іншими факторами, зокрема опором зрушенню елементів опорної поверхні, глибиною занурення колеса, властивостями і станом шини, властивостями дороги.

При коченні еластичного колеса по поверхні, що не деформується, виникає прослизання елементів шини щодо поверхні кочення, що характеризується відносною швидкістю  $v_s$  у даній точці площі контакту чи коефіцієнтом  $\theta$  прослизання центральної опорної точки шини.

$$\theta = \frac{\omega_k^r}{v} = \frac{v_k}{v} = \frac{r}{r_k} \tag{3}$$

де:  $v_k$  - окружна швидкість колеса;

$v = \omega_k r_k$  - швидкість руху осі колеса;

$r_k$  - радіус кочення колеса.

Можливі три різних режими кочення колеса: при  $\theta > 1$  кочення колеса відбувається з буксуванням ( $r > r_k$ ); якщо  $\theta < 1$  процес кочення буде супроводжуватися юзом ( $r < r_k$ ); якщо  $\theta = 1$ , прослизання центральної точки відсутнє ( $r = r_k$ ). Часто режим роботи ведучого колеса прийнято характеризувати коефіцієнтом буксування:

$$\delta = \frac{v_s}{v_k} = 1 - \frac{v}{v_k} = 1 - \frac{r}{r_k} \tag{4}$$

де:  $v_s = v_k - v \geq 0$  – швидкість ковзання опорної точки шини щодо поверхні дороги.

Опір руху скрепера здійснюють:

- складова сила ваги скрепера на ухилі,  $W_\alpha$ ;
- сила опору поступальному прискоренню мас скрепера (сила інерції),  $W_j$ ;
- моменти опору коченню відповідно передніх і

задніх коліс скрепера,  $M_{f1}=aR_{z1}$ ,  $M_{f2}=aR_{z2}$ .

Окрему групу зовнішніх сил представляють сили, що діють нормально до поверхні дороги і що безпосередньо не впливають на динаміку поступального руху скрепера. До них відносяться:

- нормальні реакції дороги,  $R_{z1}$ ,  $R_{z2}$ ;
  - нормальна складова сили ваги скрепера,  $G_n$ .
- Рівняння балансу потужності:

$$M_{k1}\omega = R_{x1}(v_T - v) + aR_{z1}\omega_{до1} + aR_{z2}\omega_{до2} + W_\alpha v + W_j v + W_B v, \quad (5)$$

де:  $M_{k1}$  – момент, що крутить і що підводиться до колісного рушія.

З умови рівноваги сил у контактї шини з опорною поверхнею випливає, що:

$$P_k = R_{x1} + P_{f1} = M_{k1}/r. \quad (6)$$

Підсумовуючи проекції сил на вісь z, нормальну до опорної площини, одержимо:

$$R_{z1} + R_{z2} = G_n. \quad (7)$$

Введемо позначення  $a_1/r_1 = f_1$ ,  $a_2/r_2 = f_2$ . Роблячи підстановку в рівняння (5), думаючи  $f_1 = f_2 = f$  і здійснюючи спрощення, одержимо рівняння силового балансу на транспортному режимі скрепера:

$$P_{k1} = P_f + W_\alpha + W_j + W_B. \quad (8)$$

Сила  $P_f$  опору коченню коліс скрепера умовно вводиться в розрахунок замість моменту опору коченню для зручності. У розрахунках звичайно приймають:

$$P_f = fG_n = fG \cos \alpha, \quad (9)$$

де:  $f$  - усереднений коефіцієнт опору коченню, що визначається експериментальним шляхом для характерних дорожніх умов і типів шин з різним внутрішнім тиском.

Сила  $W_\alpha$  опору підйому представляє складову сили ваги, спрямовану паралельно опорної площини і прикладену до центру мас скрепера:

$$W_\alpha = G \sin \alpha. \quad (10)$$

При підйомі на ухил сила опору позитивна, при спуску – негативна. У ряді випадків при розрахунках доцільно розглядати повний опір дороги, включаючи опір коченню й опір підйому. Для цього вводиться коефіцієнт опору дороги:

$$\psi = f \cos \alpha \pm \sin \alpha, \quad (11)$$

що враховує тип, стан і профіль дороги. Загальний дорожній опір:

$$P_\psi = P_f \pm W_\alpha = G f \cos \alpha \pm G \sin \alpha = G \psi. \quad (12)$$

Сила  $W_j$  опору поступальному прискоренню мас являє собою силу інерції скрепера з експлуатаційною масою  $m_0 = G/g$ :

$$W_j = m_0 \frac{dv}{dt}. \quad (13)$$

Сила  $W_B$  опору повітря починає впливати при високих швидкостях скрепера. Основною складовою опору повітря є лобовий опір, що виникає в результаті розходження тисків повітря перед і за скрепером, що рухається. Розрізняють також опір, що виникає при

проходженні повітря через підкапотний простір, і опір, обумовлений тертям повітря о зовнішні поверхні і його вихроутворенням.

У розрахунках швидкісних властивостей скрепера силу опору повітря, якщо нею не можна знехотити, визначають по формулі:

$$W_B = k_B F_B v^2, \quad (14)$$

де:  $k_B = 0.6...09$ -коефіцієнт опору повітря,  $\text{Нхс}^2 \cdot \text{м}^{-4}$ ;  
 $F_B$  - площа лобового опору,  $\text{м}^2$ ;  
 $v$  - швидкість скрепера,  $\text{м/с}$ .

Опір повітря можна розглядати у виді зосередженої сили, прикладеної на висоті  $h_d$  (дивитись рисунок 1) від опорної поверхні.

Рівняння (8) називається рівнянням тягового балансу, що виражає відношення рушійної (окружної) сили і сил опору руху скрепера. Як було вказано, сила  $P_f$  є умовною, введеною для зручності розрахунку. Інші сили, що стоять у правій частині рівняння (8), реально прикладені до кістяка скрепера і компенсуються силою  $T$ , що називається силою тяги:

$$T = P_k - P_f \quad (15)$$

Умови рівномірного чи рівномірно прискореного прямолінійного руху скрепера полягають у тому, щоб сила тяги була не менше суми всіх сил зовнішніх опорів його поступальному руху, а також зазначена сила не перевищувала сили зчеплення колісного рушія з поверхнею кочення:

$$T \geq \sum W; \quad (16)$$

$$T \leq T_\phi. \quad (17)$$

Таким чином, обмеження реалізованої сили тяги є зверху і знизу. Максимальна сила тяги колісного рушія, обумовлена зчіпними властивостями пневматичних шин:

$$T_\phi = \phi R_{z1}, \quad (18)$$

де:  $\phi$  - коефіцієнт зчеплення, що визначається експериментальним шляхом у різних ґрунтових умовах.

При порушенні умови (16) скрепер у залежності від початкової швидкості сповільнюється чи не може рушити з місця. При порушенні умови (17) відбувається обертання ведучих коліс при відсутності руху ( $v=0$ ) скрепера, тобто повне буксування колісного руху.

З умови динамічної рівноваги нормальні реакції визначають на основі суми всіх моментів, що діють щодо осі, яка проходить через точки контакту коліс з опорною поверхнею. Сумарна нормальна реакція на передні колеса скрепера:

$$R_{z1} = \frac{1}{L} (GL_2 \cos \alpha - W_j h_d - W_\alpha h_d - W_B h_d - M_{f1} - M_{f2}) \quad (19)$$

Аналогічно сумарна нормальна реакція на задні:

$$R_{z2} = \frac{1}{L} (GL \cos \alpha + W_j h_d + W_\alpha h_d + W_B h_d + M_{f1} + M_{f2}) \quad (20)$$

При уповільненні скрепера сила  $W_j$ , а при русі скрепера на спуску сила  $W_\alpha$  змінюють знак.

Рівняння руху маси скрепера з урахуванням виражень (8) і (13) запишемо у виді:

$$m_0 \frac{dv}{dt} = P_{k1} - P_f - W_\alpha - W_B. \quad (21)$$

Використовуючи формули (1), (2), напишемо рівняння зв'язку:

$$v = \omega_k r_k = \omega_{до} r(1 - \delta), \quad (22)$$

де:  $r = r_0 - R_{zj}/E_{ш}$ ,  $r_0$  - радіус недеформованої шини;  
 $R_{zj}$  - нормальна реакція поверхні на шину;  
 $E_{ш}$  - модуль твердості шини.

Коефіцієнт  $\delta$  буксування визначають звичайно експериментальним шляхом у залежності від встановленого значення сили тяги при рівномірній швидкості руху, у зв'язку з чим його застосування в динамічних розрахунках обмежено. У першому наближенні можна прийняти  $r \approx r_k$ , якщо сила тяги не перевищує 40...50% її максимального значення, що визначається з умови зчеплення з поверхнею кочення.

*Рівняння руху скрепера при копанні ґрунту.*

Скрепер з автоматичним управлінням будемо розглядати як замкнуту систему автоматичного управління, що складається з керованого об'єкта скрепера з електричною трансмісією й автоматичним управляючим пристроєм.

Складемо математичну модель керованого об'єкта, яка у даному випадку складається з рівняння руху скрепера при копанні ґрунту, рівнянь електромеханічних процесів трансмісії, рівняння виконавчого органа.

Копання ґрунту протікає при перемінній масі скрепера. Однак звичайно при теоретичних дослідженнях приймають масу скрепера постійною, рівною середньому значенню його приведеної маси на початку і кінці копання. З урахуванням цього допущення поступальний рух скрепера в загальному випадку можна описати наступними рівняннями:

$$\begin{cases} P_T - W = m \cdot \frac{dv_d}{dt} \\ I_i \cdot \frac{d\omega \cdot i}{dt} = M_{дi} - P_{Ti} \cdot r_{ki} \end{cases} \quad (23)$$

де:  $P_T$  - рушійна сила скрепера, Н;  
 $W$  - повний опір руху скрепера при копанні ґрунту,

Н;

$t$  - поточне значення часу, с;  
 $m$  - середня приведена маса скрепера, кг;  
 $I_i$  - момент інерції і-го рушія, кг·м<sup>2</sup>;  
 $\omega_i$  - кутова швидкість і-го рушія, рад/с;  
 $M_{дi}$  - обертаючий момент і-го рушія, Н·м;  
 $P_{Ti}$  - рушійна сила і-го рушія, Н;  
 $r_{ki}$  - радіус кочення і-го рушія, м;  
 $v_d$  - дійсна швидкість руху скрепера, м/с.

Повний опір при копанні ґрунту визначимо, використовуючи формулу Петерса:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5; \quad (24)$$

$$W_1 = \varphi_0 \cdot (G_0 + G_{гр}) \cdot f; \quad (25)$$

$$W_2 = KBh; \quad (26)$$

$$W_3 = gyBH^2\delta_p\mu_1; \quad (27)$$

$$W_4 = gyBH\delta_p + gyBH^2\delta_p x; \quad (28)$$

$$W_5 = KBhtg\gamma\mu_2; \quad (29)$$

$$T \approx W_2 + W_3 + W_4 + W_5; \quad (30)$$

де:  $W_1$  - опір переміщенню скрепера;  
 $W_2$  - опір різанню ґрунту;  
 $W_3$  - опір переміщенню призми волочіння;  
 $W_4$  - опір наповненню ковша;  
 $W_5$  - опір тертю ножа по ґрунту;  
 $T$  - тягове зусилля скрепера, Н;  
 $\varphi_0$  - коефіцієнт розподілу навантажень на осі скрепера;  
 $G_0$  - сила ваги порожнього скрепера, Н;  
 $G_{гр}$  - сила ваги навантаженого скрепера, Н;  
 $f$  - коефіцієнт опору коченню по ґрунтових дорогах;  
 $K$  - коефіцієнт опору ґрунту різанню;  
 $B$  - ширина різання ковша скрепера, м;  
 $g$  - прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  
 $H$  - висота ґрунту в ковші, м;  
 $\delta_p$  - щільність ґрунту в природному заляганні, кг/м<sup>3</sup>;  
 $x$  - коефіцієнт об'єму призми волочіння перед заслінкою і ножем ковша;  
 $\mu_1$  - коефіцієнт внутрішнього тертя ґрунту;  
 $\mu_2$  - коефіцієнт тертя ґрунту по сталі;  
 $\rho$  - кут внутрішнього тертя ґрунту, град;  
 $\gamma$  - кут природного укосу (кут різання ножа скрепера), град;  
 $x$  - експериментальний коефіцієнт, що враховує вплив сил тертя при русі ґрунту усередині ковша на опір наповненню.

Запишемо рівняння Петерса з урахуванням деяких допущень, що спрощують:

$$W = A + C \cdot h + M \cdot \int_0^t h \cdot v_d dt \quad (31)$$

$$A = W_1 \quad (32)$$

$$C = \frac{W_2}{h} = K \cdot B \quad (33)$$

$$M = W_3 + W_4 + W_5 = g \cdot H \cdot B \cdot \delta_p [H(y \cdot \mu_1 + x) + h] + K \cdot B \cdot h \cdot tg\gamma \cdot \mu_2 \quad (34)$$

Сумарна рушійна сила скрепера дорівнює сумі рушійних сил його рушіїв:

$$P_T = \sum_{i=1}^n P_{Ti} \quad (35)$$

Рушійна сила і-го рушія є функцією його коефіцієнта буксування (рисунок 2):

$$P_{Ti} = f(\delta_i), \quad (36)$$

де:  $\delta_i$  - коефіцієнт буксування і-го рушія.

Рушії дорожньо-будівельних машин досягають максимальної продуктивності при реалізації кожним з них максимально припустимої стійкої сили тяги  $P_{Tmax}$ .

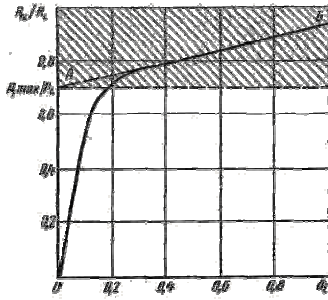


Рис. 2. Залежність рушійної сили і-го рушія від його коефіцієнта буксування

У пневмоколісних рушіїв коефіцієнт буксування  $\delta_{max}$ , при якому розвивається  $P_{Tmax}$ , орієнтовно дорівнює 20 – 30 %, у гусеничних – 10 %. У цьому випадку з одного боку, досягається висока сила тяги, а з іншої не спостерігається істотного зносу шин.

На рисунку 2 суцільною лінією показана статична залежність  $P_{Ti} = f(\delta_i)$ , що у робочому діапазоні швидкостей скрепера 2 – 4,5 км/год практично незмінна. У динаміці момент початку інтенсивного буксування характеризується для визначеного типу шин і ґрунту зоною стискальних зусиль, заштрихованою на рисунку 1. У розрахунках з достатньою точністю можна розглядати в динаміці рушії як фрикційні зв'язки з обмеженим значенням максимального моменту, що крутить. Точність цього допущення збільшується з підвищенням зчіпних якостей ґрунту і рушіїв. Таким чином, у динаміці залежність  $P_{Ti} = f(\delta_i)$ , можна представити у виді ламаної лінії ОАБ (рисунок 2).

Коефіцієнт буксування і-го рушія:

$$\delta_{Ti} = v_{Ti} - \frac{v_D}{v_{Ti}} \quad (37)$$

де:  $v_{Ti} = \omega_i \cdot r_{ki}$  - теоретична швидкість руху скрепера.

Тоді система рівнянь, що описує рух скрепера при копанні:

$$m \cdot \frac{dv_D}{dt} = \sum_{i=1}^n P_{Ti} - A - C \cdot h - M \int_0^t h \cdot v_D dt \quad (38)$$

$$\delta_i = 1 - \frac{v_D}{r_{ki} \cdot \omega_i} \quad (39)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{I_i} (M_{di} - r_{ki} \cdot P_{Ti}) \quad (40)$$

Ця система містить нелінійні рівняння. Для її спрощення приймемо наступні допущення:

- залежність  $P_{Ti} = f(\delta_i)$  у динаміці апроксимується ламаною лінією ОАБ (рисунок 1);

- скрепер працює при значеннях тяги менших, ніж  $P_{Tmax}$  (рисунок 2).

Прийняті допущення дозволяють записати:

$$v_D = v_{Ti} = r_{ki} \cdot \omega_i \quad (41)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \dots = \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r_{ki}} \cdot \frac{dv_D}{dt} \quad (42)$$

$$P_{T1} = \dots = P_{Ti} = P_{Tn} \quad (43)$$

Тоді рівняння (1) з урахуванням того, що для ідентичних рушіїв:

$$r_{ki} = \dots = r_{ki} = r_{kn} = r_k; \quad (44)$$

$$I_1 = \dots = I_i = \dots = I_n, \quad (45)$$

і почленного додавання, здобуває вид:

$$\frac{d\omega}{dt} \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n M_{di} - r_k \sum_{i=1}^n P_{Ti} \quad (46)$$

Спільне рішення рівнянь (12) і (17) приводить до вираження:

$$\sum_{i=1}^n P_{Ti} = \frac{\sum_{i=1}^n M_{di}}{r_{ki}} - \frac{dv_D}{dt} \sum_{i=1}^n \frac{I_i}{r_{ki}^2} \quad (47)$$

З рівності кінетичних енергій колеса і тягового двигуна з урахуванням ККД редуктора:

$$I_i = I_{di} \cdot i_{pi}^2 \cdot \eta_{pi} \quad (48)$$

де:  $I_{di}$  - момент інерції і-го двигуна;

$i_p \eta_p$  - передаточне число і ККД редуктора.

Для одержання рівняння руху скрепера при копанні ґрунту вирішимо спільно рівняння (38), (47) і (48). У результаті одержимо:

$$m \frac{dv_D}{dt} = P_D - A - C \cdot h - M \int_0^t h \cdot v_D dt \quad (49)$$

де:  $P_D$  - сумарне окружне зусилля, що розвивається мотор-колесами;

$m$  - приведена маса порожнього скрепера, кг.

$$P_D = \frac{1}{r_k} \sum_{i=1}^n M_{di}; \quad (50)$$

$$P_D \approx T + W1. \quad (51)$$

Вираження (49) простіше розглянутої вище системи рівнянь (36), (38), (39), (40), тому скористаємося ним при подальших дослідженнях.

### Рівняння електромеханічних процесів трансмісії

Принципова схема електричної трансмісії скрепера з мотор-колесами приведена на рисунку 3. Проти символів дизеля Д и генератора Г приведені характеристики, робочі частини яких зображені суцільними лініями. Характеристика дизеля  $M_{диз} = f(\omega_{диз})$  представляє майже вертикальну пряму, оскільки він працює при приблизно постійній кутовій швидкості.

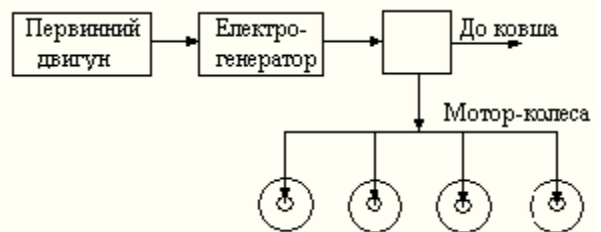


Рис. 3. Принципова схема електричної трансмісії скрепера з мотор-колесами

Гіперболічна зовнішня характеристика генератора  $U_r=f(I)$  забезпечується системою автоматичного управління порушень в такий спосіб. Незалежну обмотку збудження генератора (ОЗГ) живлять через підсилювач  $U_r$ , який управляється сигналом, пропорційним потужності, що задається,  $U_3=N_r=const$ , і сигналом, формованим функціональним перетворювачем-множником (ФП). На входи ФП подаються сигнали, пропорційні напрузі  $U_r$  і струму  $I_r$  генератора. Вихідний сигнал ФП пропорційний фактичній потужності генератора  $N_{r(факт)}$ . Відомо, що максимальна тяга машини і, отже, продуктивність при копанні ґрунту забезпечується при рівномірному розподілі потужності дизеля-генератора між двигунами мотор-коліс, що можуть включатися послідовно або паралельно.

Потужність рівномірно розподіляється між двигунами системи автоматичного управління, що вирівнює напруги на їхніх якорях шляхом управління потоками незалежних обмоток збудження. Тому обмотки збудження 10 В ÷ 40 В живлять через підсилювачі П1...П4, що управляються сигналами трьох зворотних зв'язків: по струму якоря, напругою генератора і двигунів. Дією зв'язку по струму якоря забезпечується серієсна чи компаундна механічна характеристика двигуна. При виникненні буксування напруга на якорі двигуна цього колеса зростає. Сигнал по напрузі двигуна стає більше сигналу по напрузі генератора, унаслідок чого напруга і потік двигуна зменшуються. Ослаблення потоку зменшує момент двигуна і, отже, інтенсивність буксування.

Процеси, що протікають у такій розглянутій електричній трансмісії, можна описати за допомогою системи рівнянь:

$$U_r = f(I_r); \quad (52)$$

$$I_r = k_3 \cdot U_r - k_4 \cdot v_d; \quad (53)$$

$$M_{дi} = k_5 \cdot I_r. \quad (54)$$

де:  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  - коефіцієнти пропорційності, обумовлені через параметри електричної трансмісії.

Система рівнянь (52), (53), (54) досить точно описує електромеханічні процеси трансмісії за умови що: зовнішня характеристика тягового генератора в статичі і динаміці однакова; характеристики тягових двигунів ідентичні; при копанні ґрунту потоки порушення тягових двигунів унаслідок їхнього насичення практично незмінні.

Для одержання математичної моделі скрепера з електричною трансмісією підставимо рівняння (54) у (49):

$$\frac{dv_d}{dt} = Q \cdot I_r - S - F \cdot h - E \int_{i=1}^n h \cdot v_d dt \quad (55)$$

де:  $Q$ ,  $S$ ,  $F$ ,  $E$  - коефіцієнти пропорційності.

У результаті одержимо математичну модель скрепера у виді рівнянь (52), (53) і (55). Вони описують об'єкт, яким управляють, без виконавчого органа. Виконавчий орган у даному випадку являє собою робочий орган скрепера з електрогідравлічним приводом, що включає два тягових електромагніти - один на заглиблення, інший на виглиблення робочого органа і схему силової гідравліки з насосом нерегульованої

продуктивності. Це забезпечує сталість вертикальної відносно швидкості переміщення робочого органа ( $v_h = const$ ).

Швидкості виглиблення і заглиблення робочого органа приймемо однаковими. Сигнал управляючої напруги  $U_y$ , що включає електромагніт гідроприводу виглиблення робочого органа, будемо вважати позитивним, а на заглиблення - негативним. Електрогідравлічний привод робочого органа має постійний час запізнювання при включенні і відключенні робочого органа. Сталі часу запізнювання електрогідравлічних елементів робочого органа для стислості будемо називати запізнюванням електрогідравліки при спрацьовуванні  $\tau_{сп}$  і відпусканні  $\tau_{отп}$ . Тоді вертикальна швидкість переміщення робочого органа визначається вираженням:

$$v_h = f(\text{sgn} U_y), \quad (56)$$

яке враховує запізнювання електрогідравліки при спрацьовуванні та відпусканні і знак управляючого сигналу.

Глибина копання в будь-який момент часу:

$$h = \int_{i=1}^n (v_3 - v_b) dt \quad (57)$$

Система рівнянь (52 - 53), (55 - 57) являє собою математичну модель скрепера з виконавчим органом.

#### Висновки.

Таким чином, була розглянута автоматизація дорожньо-будівельних машин та проведено математичний аналіз роботи скрепера, на основі якого була складена математична модель об'єкта автоматизації при копанні ґрунту.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Холодов А. М. Землеройно-транспортные машины / Холодов А. М., Ничке В. В., Назаров Л. В. - Харьков: Вышя школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. - 192 с.
2. <http://balkanpar.org.ua>.
3. Плешков Д.И. Бульдозеры, скреперы, грейдеры: Учеб. пособие. /Д.И. Плешков, М.И. Хейфец, А.А. Яркин. - М.: Высшая школа, 1982. - 328 с.
4. Автомобильные дороги: автоматизация производственных процессов в строительстве: Учебник для вузов / Л. Я. Цикерман, В. И. Марсов, Г. И. Асмолов и др.; - Под ред. Л. Я. Цикермана. - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1986. - 238 с.
5. Забегалов Г.В. Бульдозеры, скреперы, грейдеры: Учеб. Пособие/ Г.В. Забегалов, Э.Г. Ронинсон.- М.: Высшая школа, 1991. - 334 с.
6. Проектирование машин для земляных работ / Под ред. А. М. Холодова. - Х.: Высшая школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. - 272 с.
7. Востриков А.С. Теория автоматического регулирования/ А.С. Востриков, Г.А. Французова.-М.: Высшая школа, 2004г - 365 с.