УДК 519: 514.174.6

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ В УМОВАХ ТРИСМУГОВОЇ ДОРОГИ

К.ф.-м.н. І. В. Зіновєєв, Запорізький національний університет

Базуючись на основних принципах функціонування клітинного автомату, пропонується підхід до математичного моделювання задачі про автомобільний рух в умовах трисмугової магістралі. Наведено формальний опис базової моделі, результати програмної реалізації найпростішої моделі.

Базируясь на основных принципах функционирования клеточного автомата, предлагается подход к математическому моделированию задачи об автомобильном движении в условиях трехполосной магистрали. Приведено формальное описание базовой модели, результаты программной реализации простейшей модели.

Based on the basic principles of the functioning of a cellular automaton, proposed an approach to mathematical modeling of the problem of road traffic in the conditions of the three-lane roads. The formal description of the basic model, the results of the software implementation of the elementary model.

***Ключові слова**: автомобільний рух, модель дорожнього полотна, клітинний автомат, математична модель.*

Вступ

З кожним роком, в силу об'єктивних причин, машин на дорогах міст стає все більше і більше, а пропускна спроможність систем доріг практично не змінюється. Перенавантаження доріг можливо вирішити або за рахунок збільшення фактичних розмірів транспортної мережі (збільшення смуг руху, побудова нових доріг, автомобільних розв'язок тощо), або за рахунок вдосконалення процесу управління транспортними потоками. Але у більшості міст вже неможлива зміна розміру проїжджої частини, а її удосконалення є довготривалим та вартісним процесом. Кращі результати дає другий спосіб – підвищення ефективності управління транспортними потоками з використанням сучасних інформаційних технологій. Проте, вирішення проблем керування рухом неможливо без її комплексного вивчення та аналізу.

Аналіз методів моделювання дорожнього руху

Для моделювання транспортних потоків створено багато математичних моделей, що дозволяють дослідити різні параметри руху транспортних потоків, підходи їх керуванням. В роботах [1, 2], наприклад, наводяться достатньо ґрунтовні переліки та описи основних методів та ідей в області математичного моделювання транспортних потоків, обговорюються питання моделювання завантаження транспортних мереж, динаміки транспортних потоків.

Існують декілька класифікацій математичних моделей транспортних потоків. Згідно однієї з них [3], моделі прийнято розбивати на три класи: моделі-аналоги, моделі проходження за лідером та імовірнісні моделі, кожна з яких реалізує один з двох підходів – *детермінований* або *стохастичний*. В основі детермінованих моделей лежить функціональна залежність між окремими показниками [4]. В стохастичних моделях транспортний потік розглядається як імовірнісний процес із застосуванням відповідного математичного апарату [5].

В моделях-аналогах транспортний потік розглядається на макрорівні як рух транспортного засобу в фізичному потоці із використанням законів гідро - й газодинаміки (моделі Гриншилдса, Лайтхила-Уизема, Гріньерга, моделі ударних хвиль у транспортному потоці та гідродинамічні моделі першого і другого порядку), короткий опис яких можна знайти в роботах [1, 2].

В імовірнісних моделях транспортний потік розглядається на мікрорівні як результат взаємодії (має стохастичний характер) окремих транспортних засобів на елементах транспортної мережі [6]. Окремі моделі використовують принципи клітинних автоматів. І хоча моделі на клітинних автоматах поступаються в точності часово-неперервним моделям, вони все ж здатні відтворити велику кількість дорожніх ситуацій. Із-за простоти моделей, чисельно вони найбільш ефективні і можуть використовуватися для моделювання великих дорожніх мереж в реальному часі.

Метою даної роботи є розробка моделі руху автомобільного транспорту в умовах трисмугової дороги, що базується на основних принципах функціонування клітинного автомата.

Побудова математичної моделі задачі

Домовимось моделювати час дискретно і вимірювати в кількості ітерацій (кроків моделювання), протягом кожного з яких автомат змінює свій стан. Початковий момент часу $t = 0$, крок між двома станами $\Delta t = 1$.

Модель трисмугової магістралі. Для моделювання трисмугової автомагістралі будується двовимірний клітинний автомат, що передбачає: опис моделі дорожнього полотна; опис можливих станів кожної клітинки; опис станів клітинного автомату та правил зміни станів; опис початкових умов та динаміки клітинного автомата; опис умов завдання конкретній моделі дорожнього руху.

Модель дорожнього полотна. Область дорожнього полотна – прямокутник $n \times 3$ (вісь x моделює напрям руху автомагістралі, вісь y – розташування смуг полотна), схему розмітки якого, проілюстровано на рис. 1.

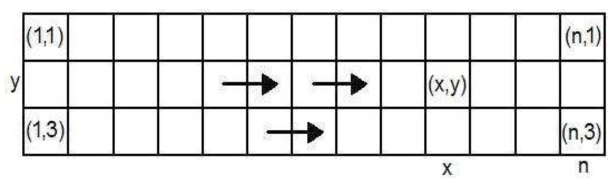

Рис. 1. Клітинна модель трисмугового дорожнього полотна.

Вважатимемо, що в заданий момент часу кожен конкретний автомобіль може знаходитися в одній і лише в одній клітинці (розміри ділянки дороги, що відповідає одній клітинці дорівнює $4м \times 3м$).

В математичному плані кожна клітинка моделі, в конкретний момент часу t (з початку моделювання), повністю описується чотирма змінними: $((x,y),s,t)$, де: $x,y \in N$, $1 \le x \le n$, $1 \le y \le 3$ поточні координати клітинки (y – номер смуги полотна); s – стан клітинки ($s=0$ – клітинка вільна; $s=1$ – клітинка зайнята автомобілем, що рухається; $s=2$ – клітинка недоступна для проїзду (зайнята нерухомим авто, ремонт, перешкода)); t – конкретний момент часу з початку моделювання.

Множина можливих станів клітинки. Множина можливих станів клітинки $s \in \{0,1,2\}$. Якщо в момент часу t ділянка дорожнього полотна вільна від авто, то $s=0$; якщо ділянка, зайнята автомобілем, що рухається , або в наступний момент часу буде в русі, то $s=1$; якщо ділянка зайнята і недоступна для проїзду (наприклад, клітинки третьої смуги фізично відповідають припаркованим автомобілям), то $s=2$. Введення в модель стану 2 дає можливість вивчати такі питання, як заборона паркування в правому ряду автомагістралі, або досліджувати залежність середньої швидкості на ділянці автостради від імовірності ДТП на ньому. Введення більшої кількості станів ускладнює побудову правил переходу із стану в стан.

Таким чином, стан автомату характеризується сукупністю з $3 \times n$ векторів вигляду $((x,y),s,t)$, або множиною $A{:}\ (t,\ \{((1,1),s_{1,1}),\ldots,((n,3),s_{n,3})\})$. Зрозуміло, що в множині можливих значень для матриці стану дорожнього полотна в будь-який конкретний момент часу міститься рівно $3^{3 \cdot n}$ елементів.

Динаміка клітинного автомату. Нехай в момент часу t клітинний автомат, що моделює дорожній рух, знаходиться в стані $A:(t,S[n \times 3])$. Тоді при переході до моменту часу $t+1$ відбувається зміна матриці станів дорожнього полотна відповідно до правил переходу, які задають конфігурацію клітинного автомата, а сам клітинний автомат у цей момент часу описується вже як: $A:(t,S'[n \times 3])$, де $S'[n \times 3]$ –змінена матриця станів.

Нехай $F: S[n \times 3] \to S'[n \times 3]$ – функція, сформована відповідно до правил переходу клітинного автомата і яка залежить лише від поточної матриці станів і не залежить від того, на якому кроці дана функція застосовується. Таким чином, стан дорожнього полотна у момент часу t можна виразити за допомогою функції F, що застосовується t разів до його початкового стану: $A{:}\ (t,\ S[n \times 3]) = A{:}(0, F \circ F \circ \ldots \circ F[n,3])$.

Легко зрозуміти, що функція F має імовірнісний характер і в результаті серії послідовного застосування її до початкового стану автомату отримується стан, який може відрізнятись від повторного такого ж застосування при тих самих вихідних даних.

Аналіз літератури дає можливість виділити стани моделі, до яких може збігатись модель при порівняно великих значеннях t: 1) починаючи з деякого кроку, картина руху автомобілів по автомагістралі практично перестане змінюватися (пробка, ділянка вільна від машин, стала конфігурації груп авто); 2) циклічне повторення основних показників; 3) хаотичний характер змін станів.

Будемо вважати, що в результаті послідовного застосування імовірнісної функції F до початкового стану автомата існує крок t_0, починаючи з якого стан моделі збігається до одного з описаних вище типових станів. Прийняття цієї гіпотези дозволяє весь процес послідовної зміни станів автомата розбити на два етапи: етап становлення та етап стабілізації дорожнього руху.

Правила зміни станів та переходів між станами. Стан 0 може змінитись лише на стан 1. Стан 1 може перейти у стан 0 (рухомий автомобіль звільняє клітинку без заміни іншим авто), або в стан 1 (автомобіль звільняє клітинку із заміною іншим авто), або в стан 2 (авто зупиняється, паркується, стає учасником ДТП). Стан 2 може перейти у стан 0 (автомобіль полагоджено та він починає рух, звільняє клітинку, авто прибирається з дороги або завершено ремонт) або в стан 2 (залишається в цьому стані до кінця прогону моделі.

Для коректного завдання граничних умов, універсального запису стану всіх клітинок для клітинок по краях від дороги введемо псевдо стан (–1) (рис.2).

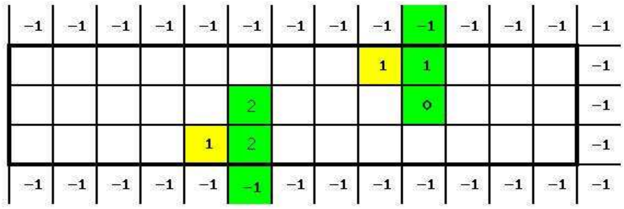

Рис. 2. Модель дорожнього полотна із псевдо станом клітинок.

Обмежимось розглядом змін в моделі конфігурації рухомих автомобілів: поява нових рухомих автомобілів в лівому стовпці прямокутної сітки; зміна вже рухомих автомобілів; перехід із стану 1 в стан паркування; перехід в стан ДТП; спонтанний перехід в стан 2. Для цього вводяться наступні правила.

Правило 1. Для кожної клітинки $(1,y)$ в стані 0 або в стані 1 визначається вірогідність $p = p(y,t)$ появи на наступному кроці $t+1$ нового автомобіля в стані 1 (якщо випадкове p виявляється менше ніж задане в моделі p_n , то клітинка $(1,y)$ залишається в стані 0, в противному випадку в клітинці з'являється новий автомобіль в стані 1).

Правило 2. Стан 1 клітинки (x,y,t) на наступному кроці $t+1$ цілком визначається станами сусідніх клітинок наступного ряду, тобто клітинками з координатами $(x+1,y-1)$, $(x+1,y)$, $(x+1,y+1)$ на кроці t за допомогою функції f зміни станів.

Нехай функція f визначає зміну конкретного рухомого автомобіля. Аргументами f виступає впорядкований набір станів сусідніх клітинок.

Таким чином, множина можливих аргументів функції f є чотиривимірний дискретний простір вигляду $\left[s^{t}_{x+1,y-1};\, s^{t}_{x+1,y};\, s^{t}_{x+1,y+1};\, s^{t+1}_{x+1,y}\right]$, а для завдання повного набору правил переходу в клітинному автоматі потрібно визначити 128 значень функцій f на всіх можливих наборах аргументів. Декілька можливих конфігурації розташування авто для формування f зображено на рис. 3.

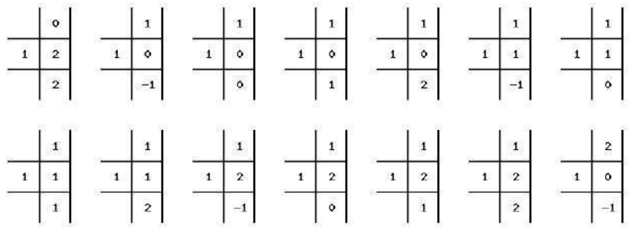

Рис. 3. Деякі можливі конфігурації розташування авто

Для кожної з можливих конфігурацій функція f задається двоелементними списками виклику (s_i', m_i), після спрацьовування правила i, $i = \overline{1,k}$. Тут s_i' – 1 або 2 – визначає стан, в якому опиняється автомобіль; m_i – 0, 1, 2 або 3 – номер клітинки, в якій автомобіль виявляється (0 – автомобіль залишається в поточній клітинці; 1 – автомобіль в русі перебудовується в ліву смугу; 2 – автомобіль рухається прямо вперед; 3 – автомобіль в русі перебудовується в праву смугу). Таким чином, значення станів трьох кліток праворуч від даної передаються на вхід функції f, визначається один із можливих станів функції f (генерація випадкового числа в діапазоні від 1 до k, яке визначає, номер правила поведінки автомобіля (водія) із списку можливих значень функції зміни станів).

Таким чином, при виклику функції F відбувається наступне:

1) складається список з координат всіх кліток автомата, які знаходяться в стані 1 (за необхідності додаються клітинки в стані 2, що на наступному кроці можуть перейти в стан 0;

2) у порядку, в якому цей список відсортований, для кожної клітинки із списку визначається зміна конфігурації рухомого автомобіля;

3) для клітинок найлівішого ряду дорожнього полотна, відповідно до критеріального значення імовірності p_n, заповнюються рухомими автомобілями.

Отже, складовими частинами моделі є визначення представлення та розбиття дорожнього полотна; визначення функції F перетворення стану дорожнього полотна; заповнення рухомими автомобілями клітинок першого вертикального ряду; визначення функції f, яка змінює стан кожного конкретного рухомого автомобіля.

Повний стан математичної моделі дорожнього руху W в будь-який довільний момент часу повинен допускати можливість взаємно-однозначного збереження з подальшим відновленням в будь-якій програмі, яка реалізує дану математичну модель, стан клітинного автомата A та повного стану – $W:(M, A)$. На момент запуску W_0 міститиме в собі опис екземпляру моделі M, початковий стан клітинного автомата A_0: $(0, S[n\times 3])$, який міститиме в собі початкову матрицю стану полотна.

Формальний опис базової моделі. Базовий екземпляр моделі визначає розміри прямокутної сітки 30 × 3 дорожнього полотна, імовірність p_n і набір правил, по яких, якщо не обумовлене інше, відбуватимуться перетворення в клітинному автоматі.

Четвертим елементом у визначенні екземпляра моделі буде сукупність з 46-ти визначень функції f для різних конфігурацій клітинок дорожнього полотна (деякі проілюстровано на рис. 3). У базовому варіанті моделі не відбуватиметься ні паркувань, ні ДТП. Таким чином, в стані 2 знаходитимуться лише ті клітинки, які знаходилися в цьому стані спочатку. Звідси витікає, що клітинний автомат перестає бути в базовому варіанті імовірнісним, і модель дорожнього руху стає практично визначеною.

Сформулюємо базові правила переходу в автоматі: якщо клітинка попереду автомобіля вільна (другий аргумент функції f дорівнює нулю), то рух прямо (перший пріоритет); якщо клітинка зайнята – перебудова, за можливості, в лівий ряд (другий пріоритет); якщо зайняті передня і ліва клітинка, то перебудова направо (третій пріоритет). Якщо в своєму околі рух вперед неможливий, автомобіль залишається в тій ж конфігурації. На рис. 4 проілюстровані деякі із базових правил переходу в автоматі.

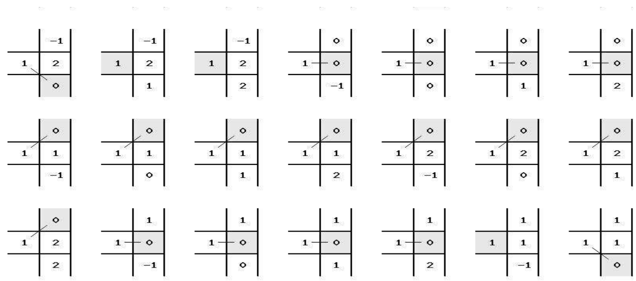

Рис. 4. Ілюстрація деяких базових правил переходу в автоматі

Математичний опис базового екземпляра моделі виглядатиме так:

1) розміри полотна $n\times m$, $n=\overline{30,100}$, $m=\overline{3,5}$;

2) автомобіль виходить за межі моделі (наприклад $f(-1,\ -1,\ -1) = (1, 1, 2)$);

3) рух вперед

- $f(-1, 0, 0) = (1, 1, 2)$;
- $f(-1, 0, 1) = (1, 1, 2)$;
- $f(-1, 0, 2) = (1, 1, 2)$;
- $f(0, 0, -1) = (1, 1, 2)$;
- $f(0, 0, 0) = (1, 1, 2)$;
- $f(0, 0, 1) = (1, 1, 2)$;
- $f(0, 0, 2) = (1, 1, 2)$;
- $f(1, 0, -1) = (1, 1, 2)$;
- $f(1, 0, 0) = (1, 1, 2)$;
- $f(1, 0, 1) = (1, 1, 2)$;
- $f(1, 0, 2) = (1, 1, 2)$;
- $f(2, 0, -1) = (1, 1, 2)$;
- $f(2, 0, 0) = (1, 1, 2)$;
- $f(2, 0, 1) = (1, 1, 2)$;
- $f(2, 0, 2) = (1, 1, 2)$;

4) попереду стоїть машина, зміна смуги руху

- $f(-1, 1, 0) = (1, 1, 3)$;
- $f(-1, 2, 0) = (1, 1, 3)$;
- $f(0, 1, -1) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 1, 0) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 1, 1) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 1, 2) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 2, -1) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 2, 0) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 2, 1) = (1, 1, 1)$;
- $f(0, 2, 2) = (1, 1, 1)$;
- $f(1, 1, 0) = (1, 1, 3)$;
- $f(1, 2, 0) = (1, 1, 3)$;
- $f(2, 1, 0) = (1, 1, 3)$;
- $f(2, 2, 0) = (1, 1, 3)$;

5) неможливість перебудови конфігурації

- $f(-1, 1, 1) = (1, 1, 0)$;
- $f(-1, 1, 2) = (1, 1, 0)$;
- $f(-1, 2, 1) = (1, 1, 0)$;
- $f(-1, 2, 2) = (1, 1, 0)$;
- $f(1, 1, -1) = (1, 1, 0)$;
- $f(2, 1, -1) = (1, 1, 0)$;
- $f(2, 1, 1) = (1, 1, 0)$;
- $f(2, 1, 2) = (1, 1, 0)$;
- $f(1, 1, 1) = (1, 1, 0)$;
- $f(1, 1, 2) = (1, 1, 0)$;
- $f(1, 2, -1) = (1, 1, 0)$;
- $f(1, 2, 1) = (1, 1, 0)$;
- $f(1, 2, 2) = (1, 1, 0)$;
- $f(2, 2, -1) = (1, 1, 0)$;
- $f(2, 2, 1) = (1, 1, 0)$;
- $f(2, 2, 2) = (1, 1, 0)$.

Початковий стан дорожнього полотна в базовій моделі – порожня автомагістраль, яка не заповнена ні рухомими, ні припаркованими на ній автомобілями. Матриця дорожнього полотна початкового стану є нульовою.

Базовий початковий стан дає можливість вивчення процесу переходу в моделі від вільного руху до щільного руху, і потім – аж до утворення пробки. Інша можлива інтерпретація базового початкового стану відповідає дорожній картині, яка спостерігається за червоним сигналом світлофора. Доки горить червоний сигнал (модель не запущена), дорога за світлофором повністю вільна. Як тільки вмикається зелений сигнал, автомагістраль поступово починає заповнюватися автомобілями, які рухаються зліва направо.

При проведенні конкретних досліджень описаний базовий варіант моделі може бути використаний з наступними модифікаціями: рівномірно заповнена автомобілями (клітинками в стані 1) магістраль; рівномірно заповнена в правій смузі припаркованими автомобілями (клітинками в стані 2); автомагістраль з деякою кількістю перешкод (кліток в стані 2).

Зрозуміло, що для випадку більшої кількості смуг та більшої довжини дорожнього полотна, принципіальні положення побудови автомату, правила його функціонування не змінюються, що й було використано при програмній реалізації найпростішої моделі.

Результати та перспективи досліджень

Приклад програмної реалізації найпростішої моделі. Перспективи подальших досліджень.

Описана вище базова модель була реалізована програмно для випадків від 3-х до шести смуг та довжиною полотна від 25 до 100 клітинок. Розроблена програма дозволяє візуально отримати представлення про роботу, описаного вище, найпростішого клітинного автомату що моделює дорожній рух. Програма має простий та зрозумілий інтерфейс та дозволяє отримати уявлення про ситуацію на магістралі, а також видати рекомендації що до обмежень на швидкість на відрізку дороги, що розглядається, рекомендації до необхідності розширення дороги, рекомендації до регулювання систем паркування автомобілів у крайній смузі. Нижче, на рис. 5 – 9 наведено скріншоти, що демонструють роботу цієї програми

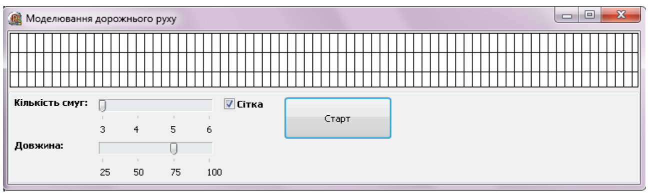

Рис. 5. Загальний інтерфейс програми

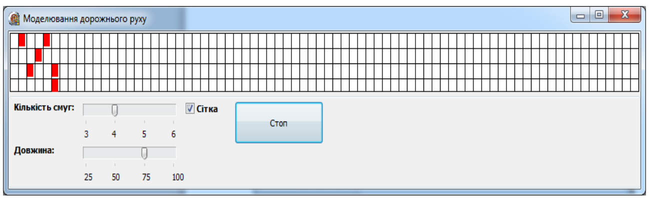

Рис. 6. Формування транспортного потоку (випадкове задання у лівому рядку із випадковою швидкістю v м/сек, $1 < v < 15$)

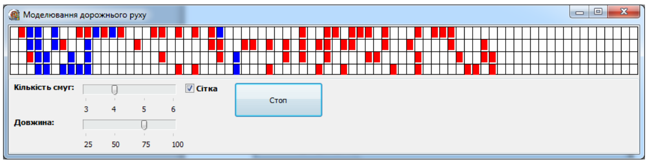

Рис. 7. Виникнення пробки в результаті зіткнення автомобілів

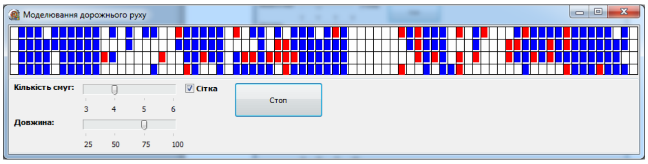

Рис. 8. Поширення пробки з часом

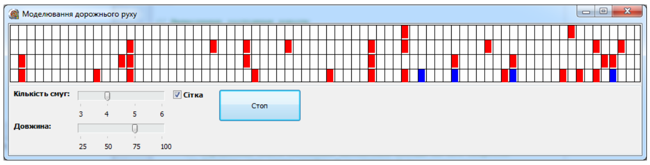

Рис. 9. Транспортний потік при збільшенні середньої швидкості автомобілів у два рази (заторів майже не виникає)

Зауважимо, що при збільшенні кількості смуг до 6 в одному напрямку, збільшенні середньої швидкості та зменшенні початкової щільності транспортного потоку затори практично не виникають.

Зрозуміло, що наведений матеріал є таким, що враховує не всі, а тільки найбільш типові фактори, що впливають на транспортний потік. Тому врахування додаткових факторів є шляхом вдосконалення описаної моделі, її розвитку та побудови ієрархічної системи моделей.

Висновки

Базуючись на основних принципах функціонування клітинного автомата був розроблений підхід до математичного моделювання задачі про автомобільний рух в умовах трисмугової автомагістралі.

Описана вище модель може служити основою для розробки конкретних програм керування рухом та відповідних пристроїв у подальшому. Базуючись на описаних правилах роботи автомата (математичної моделі) для фахівця із інформаційних технологій та візуалізації, умовно нескладно розробити відповідний програмний продукт, що надасть можливість проводити наочні експерименти при аналізі можливих ситуацій на дорозі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Гасников А.В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие / А.В.Гасников, С.Л.Кленов, Е.А.Нурминский, Я.А.Холодов, Н.Б Шамрай; Под ред. А.В. Гасникова – М.: МФТИ, 2010. – 361 с.

2. Швецов, В. И. Математическое моделирование транспортных потоков / В. И. Швецов // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 11. — С. 3—46.

3. Брайловский Н.О. Моделирование транспортных систем/ Н.О.Брайловский, Б.И. Грановский - М.: Транспорт, 1978 - 125 с.

4. Ligthill M.J., Whitham F.R.S. On kinetic waves II. A theory of traffic flow on crowded roads // Proc. of the Royal Society Ser. A. 1995. -- Vol. 229. -- No. 1178. -- P. 317-345.

5. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса / В. В. Семенов // Математические методы в синергетике. – Режим доступу: http://www.uran. donetsk.ua/~master/2005/kita/shapovalova/library/semenov.pdf

6. Wiedemann R. Modeling of RTI-Elements on multi-lane roads. Advanced Telematics in Road Transport edited by the Commission of the EuropeanCommunity. DG XIII. Brussels. 1991.